Erkenntnistheorie, Geometrische Algebra und Logik, Relationsphilosophie

Paul Drechsel, Mainz 2009

Im Jahr 2002 erhielt der amerikanische Physiker und Mathematiker David Hestenes den höchsten Preis für Physikausbildung, die Oersted Medal, ebenso für seine Bemühungen um eine einheitliche Sprache der Physik.

> *„Physicists employ a miscellaneous assortment of mathematical tools in ways that contribute to a fragmentation of knowledge. We can do better! Research on the design and use of mathematical systems provides a guide for designing a unified mathematical language for the whole of physics that facilitates learning and enhances physical insight. This research has produced a comprehensive language called geometric algebra, which I introduce with emphasis on how it simplifies and integrates classical and quantum physics."*

Der Physiker Martin Erik Horn hat jüngst (2009) in Darmstadt einen Vortrag über „Die Geometrische Algebra in der Raumzeit" gehalten. Im Abstrakt formulierte er:

> *„Wie modellieren wir unsere Welt? Es gibt zahlreiche unterschiedliche Ansätze, wie in Physik, Mathematik und Informatik unsere Welt und die Regeln, nach denen unsere Welt zu funktionieren scheint, durchdrungen und modelliert werden.*
>
> *Umso interessanter ist dieser Sachverhalt, wenn – wie im Fall der Geometrischen Algebra – sowohl Physikerinnen und Physiker, Mathematikerinnen und Mathematiker wie auch Informatikerinnen und Informatiker ein gemeinsames Instrument nutzen, um Sachverhalte aller Art darzustellen. Offensichtlich ist die nichtkommutative Struktur der geometrischen Algebra so wirkungsmächtig, dass sie fachübergreifend grundlegende Probleme lösen oder zumindest Lösungsansätze gedanklich zugänglich machen kann."*

Doch worum handelt es sich wenn von geometrischer Algebra die Rede ist? Der Informatiker Dietmar Hildenbrand von der TU-Darmstadt fasst in seinem demnächst publizierten Artikel „From Grassmann's vision to Geometric Algebra Computing" (2009) zusammen:

> *„Geometric algebra is based on the work of Hermann Grassmann (1844, 1862) and his vision of a general mathematical language for geometry. William Clifford combined Grassmann's exterior algebra and Hamilton's quanternions…Pioneering work has been done by David Hestenes, who first applied geometric algebra to problems in mechanics and physics…His work was culminating some years ago in the invention of conformal geometric algebra. …Geometric algebra as a general mathematical system unites many mathematical concepts such as vector algebra, quaternions, Plücker coordinates and projective geometry, and it easily deals with geometric objects, operations and transformations."*

Hildenbrand schließt seinen Artikel mit den Worten:

> *"Geometric algebra…is a very powerful mathematical framework in terms of geometric intuitiveness, compactness and simplicity…There is no need for students of learning different mathematical systems and the translations between them since a lot of other mathematical systems are already included in geometric algebra."*

Erkenntnistheorie, Kognitionstheorie und Mathematik

Martin Horn und David Hestenes haben auf das Vermögen des Menschen verwiesen, sich die Welt über kognitive Modelle zu erschließen, wobei die geometrische Algebra als ein derartiges kognitives Modell angesehen werden kann. David Hestenes hat auf der *2006 GIREP Conference* einen grundlegenden Vortrag gehalten: *Modelling in Physics and Physics Education . Notes for a Modeling Theory of Science, Cognition and Instruction*. Ich möchte an dieser Stelle nicht im Detail darauf eingehen sondern nur seinen thesenhaften Abschluss zitieren:

> To the grand philosophical question: "*What is man*?"
> Aristotle answered:
> "*Man is a rational animal*."
> Modeling Theory offers a new answer:
> "*Man is a modeling animal*!" **Homo modelus!**

In der folgenden Abbildung des erkenntnistheoretischen Models von Hestenes wird auf diesen Homo modelus Bezug genommen:

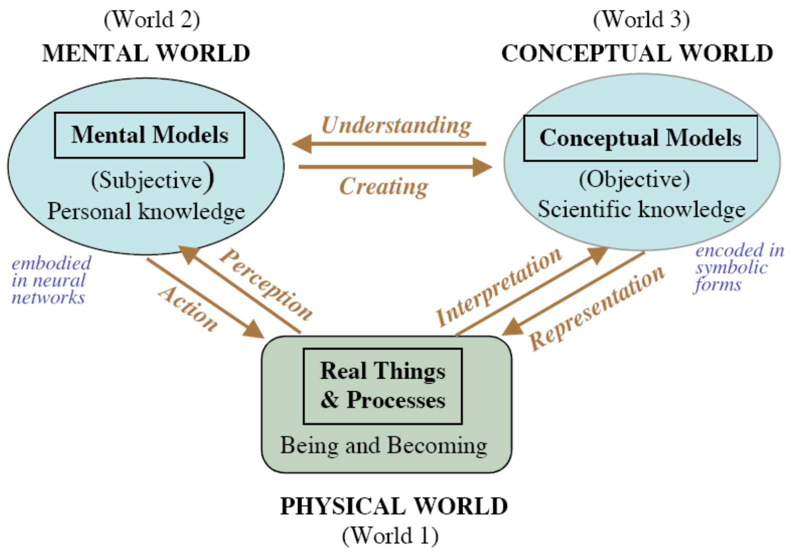


Fig. 5. Mental models vs. Conceptual models

Dieses an Poppers 3-Weltenmodell erinnernde Diagramm bezieht sich besonders hinsichtlich der World 3 auf die philosophischen Voraussetzungen unserer Erkenntnis und Daseinsgestaltung.

Doch wie modelliert dieser Homo modelus? Eine einschlägige Antwort hinsichtlich Mathematik und Physik ließe sich mit Albert Einstein anbieten:

> *„Durch rein mathematische Konstruktionen vermögen wir nach meiner Überzeugung diejenigen Begriffe und diejenige gesetzliche Verknüpfung zwischen ihnen zu finden, die den Schlüssel für das Verstehen der Naturerscheinungen liefern. Die brauchbaren mathematischen Begriffe können durch Erfahrung wohl nahegelegt, aber keinesfalls aus ihr abgeleitet werden.*
>
> *Erfahrung bleibt natürlich das einzige Kriterium der Brauchbarkeit einer mathematischen Konstruktion für die Physik. Das eigentlich schöpferische Prinzip liegt aber in der Mathematik. In einem gewissen Sinne halte ich es also für wahr, dass dem reinen Denken das Erfassen des Wirklichen möglich ist, wie es die Alten geträumt hatten."*

Albert Einstein, Mein Weltbild, Hrsg. V. Carl Seelig. Frankfurt 1977 (1.Aufl. Amsterdam 1934), S.117.

Offensichtlich wird hierbei auf kognitive Modelle Bezug genommen, die selbst auf Begriffe verweisen die in der Erfahrung verwurzelt sind. Denken, kann man formulieren, ist kognitives Operieren mit Begriffen. Der Kognitionstheoretiker Hans Aebli hat sein zweibändiges Hauptwerk mit „*Denken: Das Ordnen des Tuns*“ (1994, 2001) bezeichnet. Hierbei werden konkrete Vollzüge des Handelns als Handlungsschemata in Verbform als kognitive Schemata abgebildet, woraus kognitive Modelle gebildet werden können. Quasi substantiviert erscheinen diese kognitiven Schemata als ‚Begriffe‘. Bekanntlich gelten in der Philosophie die Begriffe als Bausteine des Denkens. Sie entsprechen handlungs- und kognitionstheoretisch gesehen den zuvor genannten ‚Modelle‘. Aebli konzipiert auf elaborierte Weise Netzwerkmodelle von Begriffen, wobei das *Denken* einem ‚Weben‘ in diesen Begriffsnetzen entspricht. Theorien, Logik und auch Philosophie beziehen sich auf gewisse Ordnungshierarchien in diesen Begriffsnetzen. Abstraktionen beinhalten hochverdichtete oder hochentleerte Begriffen in hierarchisch geordneten Begriffsnetzen.

Von Interesse ist hier das mathematische Denken. Der Mathematiker Rudolf Wille der TU-Darmstadt hat sich seit langer Zeit mit dieser Thematik befasst. Einer seiner einschlägigen Artikel von 2001 trägt den Titel: „Mensch und Mathematik: Logisches und mathematisches Denken“. Wille versteht ‚logisches Denken‘ als Denken in Begriffen (=Grundeinheiten des Denkens), die in ‚Urteile‘ gefasst werden (=Verbindung von Begriffen) aus denen ‚Schlussfolgerungen‘ gezogen werden (=Folgerungen von Urteilen aus anderen). Dem entspricht ein konsekutives ‚Weben‘ in begriffen. *Logisches Denken* versteht er als Ausdruck menschlicher Vernunft, welches die faktische Realität in den grundlegenden Denkformen Begriff, Urteil und Schluss erfasst. *Mathematisches Denken* abstrahiert vom logischen Denken, um hypothetisch einen Kosmos von Formen potentieller Realität zu erschließen. „Die *Mathematik* als Ausformung mathematischen Denkens kann deshalb den *Menschen* in seinem logischen Denken über Realitäten unterstützen und damit vernünftiges Handeln fördern.“ (2001:1)

Rudolf Wille beruft sich hierbei auf Charles S. Peirce und dessen *Philosophischen Pragmatismus*. Während der zurückliegenden Dekaden hat er mit anderen hieraus in Darmstadt die Kontextuelle Logik konkretisiert. Hierbei beruft er sich ebenfalls auf die Kognitionstheorie von Jean Piaget, dessen Schüler und Nachfolger Hans Aebli von mir schon erwähnt wurde. In Darmstadt selbst hat der Psychologe Th. B. Seiler gewirkt, der die handlungstheoretische und begriffsbasierte Kognitionstheorie von Hans Aebli weiterentwickelte.

Homo modelus, Mathematik und Wirklichkeit

Rudolf Wille und die Darmstädter „Forschungsgruppe Begriffsanalyse“ haben sich in den zurückliegenden Dekaden damit befasst, die enge Verbindung zwischen logischem Denken und mathematischen Denken herauszuarbeiten. Hierzu haben sie die Kontextuelle Logik ausgearbeitet, die als eine Mathematisierung der traditionellen philosophischen Logik angesehen werden kann. Dies wurde in einen Begriffsverband generalisiert. Ich kann an dieser Stelle nicht auf die Details eingehen und verweise auf die zuvor angegebene Publikation und weitere Werke von R. Wille und der Darmstädter Forschungsgruppe.

Sei im Folgenden angenommen, es bestünde ein nahtloser Zusammenhang zwischen kognitiven Modellen in Begriffen, logischen Folgeordnungen und mathematischen Modellen. Dann erhebt sich die Frage, welches die allgemeinsten mathematischen Modelle sein könnten, die sowohl allgemeinste Denkmodelle beinhalten als auch die Wirklichkeit pragmatisch orientiert erschließen. Mehr oder weniger wird eine universelle geometrische Algebra gesucht. Genau das hatte auch Hestenes einmal im Sinn. In seinem Artikel über „Universal Geometric Algebra“ (1988) formuliert er:

> *„Alfred North Whitehead promoted the idea of UNIVERSAL ALGEBRA in his monumental treatise of 1897. He proposed two candidates for this lofty title, the algebra of Boole and Grassmann’s Algebra of Extension. Boolean algebra has since secured universality status in Set Theory and Symbolic Logic…However Whitehead’s work on Grassmann Algebra, which ironically is much the larger portion of his treatise, has been almost totally ignored…I claim that Grassmann and Whitehead were just one step away from a mathematical system that truly deserves to be regarded as a UNIVERSAL GEOMETRIC ALGEBRA.”*

Ich habe dieses Zitat auch deswegen angeführt, weil in ihm die Boolesche Algebra als Aspekt einer Universal Algebra angeführt wird. Sie hat tatsächlich universalen Status in der Mengenlehre und symbolischen Logik. Sie ist aber KEINE Grassmann Algebra und ebenfalls keine Geometrische Algebra! Deshalb ergibt sich ein Problem des Zusammenhangs zwischen Denkmodellen, Mathematik und Wirklichkeit. Es besteht in der Frage, welches das allgemeinste mathematische Modell sein könnte, welches sowohl Denkmodelle als auch Strukturen der Wirklichkeit abbilden könnte?

Mit der Darmstädter ‚Kontextuellen Logik‘ ist es möglich, begriffliches Denken in algebraischen verbandstheoretischen Strukturen abzubilden. Ist damit aber schon alles gesagt, d.h. liegt damit schon eine ‚Universal Algebra‘ oder gar eine ‚Universal Geometric Algebra‘ vor? Die bekannten Logikkalküle sind allesamt Boolesche Kalküle. Begriffsverbände des Darmstädter Ansatzes können jedoch auch modular sein, d.h. sind nicht länger Boolesch. Über die Zusammenhänge zwischen Geometrischer Algebra und Verbandsstrukturen ist bisher wenig ausgearbeitet worden. Es sind zwar Meet und Join bekannt, doch sie entsprechen nicht unbedingt bekannten verbandstheoretischen Regeln. David Hestenes hat einen recht speziellen Artikel über Verband und geometrische Algebra hinsichtlich Kristallstrukturen verfasst.

Zwischenbemerkung:

Ich kann momentan noch nicht absehen, inwieweit Verbandsstrukturen eines Darmstädter Begriffsverbands und n-dimensionale Raumstrukturen (Spate/blades) der geometrische Algebra kompatibel sind, für eine angemessene Modelltheorie basierend auf Begriffen wäre eine Beantwortung dieser Frage jedoch von großem Interesse. Eines ist jedoch nicht zu übersehen: Die Sprache der Physik erscheint nicht als Begriffsverband, sondern u.a. als lineare Algebra, Analysis, komplexer Hilbertraum etc. D.h. den grundlegenden physikalischen Begriffen werden direkt mathematische Strukturen zugeordnet, die jedoch in abstrakten Räumen als Verbandsstrukturen erscheinen können.

Abschließend möchte ich auf eine philosophische Voraussetzung der Logik und geometrischen Algebra eingehen.

Relationsphilosophie:

Verbinden und Trennen als relationale Grundmomente der Logik und Geometrischen Algebra

Freytag-Löringhoff hat eine Begriffslogik auf den logischen Grundprinzipien des Verbindens und Trennens aufgebaut, wobei der Verbinden mit Identität und Trennen mit Diversität gleichsetzt. Ein drittes Grundmoment Disparität lasse ich hier unberücksichtigt.

Geometrie kann analytisch mittels Koordinaten oder synthetisch auf geometrischen Operationen aufgebaut werden. Z.B. besteht ein Kennzeichen der *projektiven Geometrie* in einer starken Symmetrie der Operationen „Verbinden“ (Bestimmen der Verbindungsgeraden, des Verbindungsraumes) und „Schneiden“ (Schnittpunkt von Geraden) hinsichtlich der geltenden Gesetze. Dies kann man gut mit der algebraischen Struktur „Verband“ beschreiben.

Die Verbandstheoretischen Grundbeziehen können als Verbinden und Trennen, Vereinigung oder Durchschnitt, verstanden werden. Statt Verbinden kann man auch von Innen und statt von Trennen von Außen sprechen.

Hermann Grassmann hat seine neue Mathematik *Ausdehnungslehre* genannt. Sie beruht auf dem alten philosophischen Konzept der *res extensa*. Diese ist nicht ohne eine *res intensa* zu denken. Das fundamentale Produkt der geometrischen Algebra besteht aus einer Summe von innerem und äußerem Produkt:

$$ab = a \cdot b + a \wedge b$$

Meine These: Beide zusammenspielenden und sich zugleich ausschließenden Momente sind fundamental mit dem Modell der Beziehung oder Relation *aRb* gegeben:

> Die Relata *a* und *b* sind über *R getrennt*, obwohl sie zugleich über *R* auch *vereint* oder bezogen werden. Die Trennung verweist auf *Außen*-Beziehung, die Verbindung auf *Innen*-Beziehung.

Die Relation *aRb* ist insofern philosophisch gesehen die antinomische

Synopse von Innen x Außen

Im Modell der geometrischen Algebra entspricht sie dagegen dem widerspruchsfreien Produkt *ab*.

aRb = ab = inneres Produkt + äußeres Produkt.

Das ist das Grundmodell des geometrischen Produkts! Der philosophische Hintergrund ist im Relationskonzept verborgen. Vom Relationskonzept ausgehend sollte die geometrische Algebra im Kant'schen Sinne einer Transzendentalphilosophie als Mathesis universalis hergeleitet werden können. Man kann diese Absicht für abwegig erklären, doch es ist zu leisten.

Ein Universalmodell als geometrische Algebra ist meines Erachtens nur dann allgemeinwissenschaftlich verständlich zu machen, wenn man das Relationskonzept philosophisch, logisch und mathematisch verständlich macht. Und hierbei bestehen beharrende, dennoch unnötige Hindernisse für ein angemessenes Verständnis.

Wenn man mathematisch von Relation spricht, scheint alles klar und bekannt zu sein. Sie lässt sich z.B. problemlos als zweidimensionales kartesisches Produkt oder Koordinatensystem darstellen. Rudolf Wille erwähnt in seinem Artikel „Mensch und Mathematik" von 2001 auf S.3, dass Pierce zur Überwindung der Schwierigkeit,…"geometrisches und algebraisches Schließen durch Syllogismen auszudrücken, indem er die Boolesche Logik zur *Logik der Relationen* erweiterte." Die Begrenztheit der Syllogismen wird in der Logik der Relationen durch ein offenes diagrammatisches Schließen überwunden.

Exakt hierbei tritt ein Problem in Erscheinung, welches jedoch kaum jemanden als solches erscheint. Der schon erwähnte Philosoph Heinrich Rombach beginnt in seiner Rekonstruktion der Logik der Neuzeit bis zur Mathesis universalis mit Nikolaus von Kusa. Dieser versuchte, die unverständliche Dreifaltigkeit Gottes gedanklich zu erschließen, indem er die substanzenlogische Absurdität in eine relationenlogische Kohärenz überführte, hierbei aber die Substanzen in einen Panrelationismus auflöste. Mit ihm entstand der moderne Funktionalismus als Philosophie. Galt zuvor

Substanzenontologisch: Das Sein jedes Dinges ist in sich selbst enthalten: A = A; B = B.

gilt nun

Relationenontologisch: Das Sein jedes Dinges A ist im Anderen B enthalten: B = F(A)

Nikolaus von Kusa treibt diesen Funktionalismus auf die Spitze, indem er formuliert: Die Sonne ist im Mond Mond und der Mond ist in der Sonne Sonne…dies kann panrelationistisch mit allem und jedem durchgeführt werden. Nikolaus von Kusa war sich bewußt, dass dies seinen logischen Preis hatte, denn es galt dann auch das heraklitische Gott = TagNacht! Er stand dazu und nannte diesen Preis ‚coincidentia oppositorum'.

Der Frankfurt Philosoph Dieter Leisegang (http://de.wikipedia.org/wiki/Dieter_Leisegang), Schüler des Relationsphilosophen Julius Schaaf, hat 1968 eine Dissertation über „Die drei Potenzen der Relation" vorgestellt. Darin ist er bemüht, den Grund dieser coincidentia oppositorum im Relationskonzept *aRb* zu verorten. Er beginnt damit, was jeder wissen kann, dass nämlich eine Relation *R* ihre Relata *a* und *b* bezieht, indem sie sie trennt - und vice versa! Das *Außen* der Relata *a* und *b* ist deren *Innen R*, doch *R* ist weder *a* noch *b*, noch sind diese *R*.

Logiker und Mathematiker haben ein Problem mit dieser Sichtweise der Relation *aRb*, weil sie nur im Verknüpfungsmodus verstanden wird, und nicht was sie selbst konstituiert. Man sollte das Unmögliche als mögliche zu denken lernen, dass nämlich die ‚unschuldige' Relation *aRb* genau die *coincidentia oppositorum* des Nikolaus von Kusa entspricht; im Grunde, und das verschlimmert die Theorie, entspricht sie der Russell'schen Antinomie. Genau das versucht Dieter Leisegang darzulegen, indem er zuerst das substantialistische Modell der Relation R als ‚*Außen-Beziehung*' diskutiert, die mit ihren Relata *a* und *b* scheinbar nichts zu tun hat. Steht hierbei die Relation *R* in Frage, wird sie ebenfalls wie *a* und *b* hypostasiert. Es entsteht ein Drittes *c*, welches nun zwei neue Relationen R_i induziert: aR_1cR_2b. Bei iterativer Hypostasierung der Relationen R_i entsteht hierbei im Unendlichen eine gediegene Substanz, nicht unähnlich dem Modell unseres Weltalls mit seinen Black Holes, die fortwährend alle möglichen Beziehungen R_i substantialisiert ohne Wiederkehr verschlingen. Dieter Leisegang nennt dies die

APORIE der *Relation Erster Potenz*

Die Umkehrung der Relation *R* als *Innen-Beziehung* vernichtet dagegen ihre Pole als Relata *a* und *b* und ebenso alle weiteren iterativ aufscheinenden Relata a_i und b_i. Es entsteht ein unendlicher Funktionszusammenhang, nicht unähnlich der Superposition von allem und jedem in der Quantentheorie. Statt einer gediegenen unendlichen Substanz erhält man konträr eine panrelationistische Wolke, die ihre Voraussetzung, die Relata, vergeblich sucht. Leisegang nennt dies die

APORIE der *Relation Zweiter Potenz*

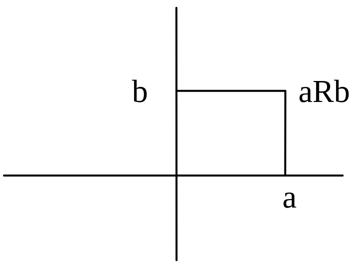
Eine philosophische Erscheinungsform ist der Solipsismus und der Atomismus. Erstaunlicherweise erscheint genau dies in der funktionalistischen Quantentheorie in der Betonung des alles determinierenden *Beobachters* und in der Quantenfeldtheorie in der Erzeugung der *Elementarteilchen*.

Beides zusammen bezeichnet Dieter Leisegang als

ANTINOMIE der Relation Dritter Potenz

Es liegt genau die *Russellsche Antinomie* vor, die dieser im Relationsverhältnis des Elements zu seiner Menge entdeckt hatte. Niemand würde dies einer Relation *aRb* ansehen, jedoch mit dem caveat: solange man sie hinsichtlich ihrer intrinsischen Logik der Synopse von Verbindung und Trennung nicht hinterfragt!

Die Lösung der Antinomie der Relation *aRb* ist dagegen philosophisch gesehen recht schlicht, und sie entspricht exakt ihrer mathematischen Definition im zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystem.



Man kann es auch derart formulieren:

Das *Außen* zweier Punkte *a* und b ist das *Innen* der Linie *aRb*, deren Außen wiederum als Innen einer Fläche erscheint. Die Relation *aRb* gleich insofern auch dem Produkt *ab*.

Die Lösung ist dimensional. Dies war auch die historische Lösung seit dem historischen Aufscheinen Beginn dieser coincidentia oppositorum am Ende des Mittelalters und Beginn der Neuzeit. Der Inhalt gelangte über philosophische und technisch/mathematische Weiterentwicklungen zu Rene Descartes, der daraufhin nicht nur das 2-dimensionale Koordinatensystem und die analytische Geometrie erfand, sondern aus dem Zusammenspiel von Innen und Außen konsequent eine geometrische n-Dimensionsordnung entwickelte, lange bevor sie in der Vektorrechnung ihren Niederschlag fand. Und das ist der Schlüssel für das Verständnis des antinomischen Relationskonzepts: Es induziert recht allgemein eine **Geometrische Algebra**!

Das obige über die Relation *aRb* aufgespannte Rechteck bildet ein Produkt *ab*. Es ist, wie die vorherigen Überlegungen nahelegen, ein Produkt einer Außen- und Innen-Beziehung, exakt das, was mathematisch als inneres und äußeres Produkt in der geometrischen Algebra erscheint.

$$aRb \Rightarrow ab = a.b + a \wedge b$$

Sicherlich sind die Zwischenschritte der Herleitung dieser Fundamentalformel komplizierter, doch in meinem Verständnis ist das geometrische Produkt eine mathematische Lösung der coincidentia oppositorum des Nikolaus von Kusa, ohne sie aufzuheben, sondern im Gegenteil fruchtbar zu nutzen. Ich kann es an dieser Stelle nicht detaillierter ausformulieren, doch dieser antinomische Aspekt der Relation *aRb* kommt ebenfalls im imaginären Gehalt des geometrischen Produkts zum Ausdruck. Hestenes führt sie in einem grundlegenden Artikel mit: $i = ab$ ein!

Aus dem von Nikolaus von Kusa erschlossenen Relationskonzepts hat sich im Laufe der historischen Entwicklung auch das *System*- und *Strukturkonzept* herausgebildet. Auch dies etwas anders, als diese Konzepte gewöhnlich verstanden werden. Als kognitive Modelle möchte ich sie vorläufig folgendermaßen vorstellen:

Das Systemkonzept setzte als n-dimensionales Gebilde eine Identität voraus, die als hypostasierter Außenaspekt des Relationskonzepts interpretiert werden kann. Sie hält als Sollwert oder Control des Feedbacksystem zusammen, was im System zusammengehört. Können Störungen nicht mehr austariert werden, können Systeme, wie Heinrich Rombach formuliert, nur ‚kaputt‘ gehen. Das Strukturkonzept umfasst dagegen Innen und Außen. Es HAT KEINEN Sollwert, sondern ist dieser Sollwert selbst in seinen dynamischen selbstregulatorischen Prozessen. Es entspricht einem offenen Fließgleichgewicht, welches in Folgen von Ungleichgewichten prozessiert. Es generiert sich selbst über seine Elemente und deren Interaktionen und generiert hierbei auch die Elemente und ihre Interaktionen. Varela und Maturana bezeichnet es als *autopoietisches System*.

Traditionell definiert man das *System* als das Insgesamt eines über einen Sollwert C zusammengehaltenen Relationsgefüges S von Elementen a_n, wobei man dieses Relationsnetz der Relata a_n des Systems S als dessen *Struktur* bezeichnet. Philosophiegeschichtlich gesehen ist diese Interpretation inadäquat, aber wohl kaum auszurotten. Auch David Hestenes folgt diesem inadäquaten epistemologischen Modell eines Homo modelus, was jedoch seinen Ansatz nicht schmälert.

Resümee:

Die geometrische Algebra als auch das Darmstädter Modell des Begriffsverbands lassen sich sicherlich verbandstheoretisch zusammenführen, während beides in einer grundlegenden Relationsphilosophie verwurzelt werden sollte, die nicht mehr erfunden werden muss, sondern einfach übernommen werden kann. Man muss hierfür nur zum Umdenken bereit sein, und das hinsichtlich etlicher grundlegender kognitiver Modelle.

Nicht nur die geometrische Algebra von Hermann Grassmann und William Kingdom Clifford ist seit dem 19 Jhdt. immer noch gewöhnungsbedürftig, sondern wohl mehr noch die hier vorgestellten kognitiven Modelle der Relation, des Systems und der Struktur. Doch begriffliches Denken, sollte es je Anschluss an eine Universal Algebra finden, sollte sich in seinen fundamentalsten Voraussetzungen darin wiederfinden können, was es historisch gesehen längst hervorgebracht hat.

Da dies jedoch noch nicht allgemein der Fall ist, lässt sich konstatieren, dass kognitive Modelle auch zu gravierenden Irrtümern neigen können, die für ihre Korrektur einen hohen Preis verlangen…in diesem Fall ist der Preis nur kognitive Offenheit…ironischerweise auch einmal mit Verzicht auf die bekannte Begriffslogik als Identitätslogik und erneuter Hinwendung zu Heraklit der einst antinomisch von Gott = TagNacht gesprochen hatte!