

Philosophie des Relationskonzepts und der Geometrischen Algebra

Draft

©Paul Drechsel 2009

Alles ist Beziehung! Zunächst, weshalb postuliere ich die Relation oder Beziehung als Voraussetzung allen natürlichen Seins und des Denkens? Die einfache Antwort - ebenfalls relational: Weil es nichts gibt, was nicht in irgendeiner Beziehung steht; denn selbst das, was nicht in einer Beziehung steht, ist eine Beziehung. Wenn aber auch die Nicht-Beziehung als Beziehung vorliegt, ist die Beziehung selbst antinomisch konstituiert, denn die ist dann auch das, was sie nicht ist. Das erinnert an die Russelsche Antinomie in der Mengenlehre, an die Allmenge, die sich als Element enthält, wenn sie sich nicht enthält. Dies lässt sich auch anders formulieren: Eine Relation R in allgemeinsten Form aRb verbindet die Relata a und b , indem sie sie zugleich trennt. Das sollte evident sein, denn R ist nicht identisch mit den Relata a und b und vice versa; dennoch bezieht R beide Relata, ja macht deren Beziehung gerade erst aus; hat also mit beiden Relata auch etwas zu tun, d.h. kann nicht völlig von a und b getrennt sein; darf jedoch auch nicht mit beiden identisch zusammenfallen! Und es dreht sich der endlose antinomische Kreis...Philosophisch gesehen hat die Relation aRb eine intrinsische konträre Doppelbedeutung. Sie kann als Antinomie erscheinen, muss es aber nicht unbedingt. Derartige konträre relationale Doppelbedeutungen sind nicht ungewöhnlich. Z. B. hat das englische Verb *to cleave* dieselbe konträre Doppelbedeutung von verbinden und trennen, ohne dass dies bisher einem Engländer oder einer Engländerin als problematisch aufgefallen wäre. Nur das Substantiv *cleavage* könnte unter Umständen Probleme verursachen, denn es verweist auf das Dekolleté einer Frau - honi soit qui mal y pense!

Spricht man nun statt *verbinde'* von **Innen** und statt *trennen* von **Außen**, so lässt sich die Relation aRb als konträres oder antinomisches Produkt von *Innen* x *Außen* darstellen:

aRb: Innen x Außen oder InnenAußen

Das erinnert an Heraklit, der einmal formulierte: Gott ist TagNacht! Wer denkt, nun gehe eine Welt unter, hat nicht mit der elementaren Geometrie gerechnet. Geometrisch entspricht dieses Produkt von Innen x Außen als Relation z.B. einer Linie R zwischen zwei Punkten a und b . Übersetzt: Das Außen zweier Punkte a und b ist die Linie R ; die Linie R ist das Innen der Punkte a und b ! Das lässt sich iterativ in eine n - dimensionale Ordnung fortschreiben, in der sogar die Grundregeln der bekannten aristotelischen oder booleschen Logik enthalten sind!- ich komme darauf zurück.

Im Reich der traditionellen Relationenlogik - oder Logik der Relation -, ebenso der Mathematik, spricht man nicht in dieser Weise; und denkt auch nicht in dieser Weise. Hier denkt man die Relation funktionenlogisch im Sinne von

$$b = R(a); \text{ oder } y = f(x)$$

und ihren Verkettungsmöglichkeiten, etwa einer transitiven Relation:

$$aRb \text{ und } bRc \rightarrow aRc$$

Das ist gewiss nicht falsch, philosophisch gesehen verschleiert es jedoch die konträre Grundbedeutung der Relation als Synopse von Innen und Außen. Dieser *Funktionalismus* verweist allerdings auf einen fundamentalen Grundaspekt der Relationenontologie.

Es gibt ein bisher leider noch zu wenig bekanntes mathematisches Modell, welches die Kontrarität der Relation aRb als Synopse von Innen und Außen explizit beinhaltet. Es handelt sich um die **geometrische Algebra**, und hierbei um das geometrische Produkt ab:

$$\mathbf{ab} = a \cdot b + a \wedge b$$

$a \cdot b$ stellt das sog. *Innere Produkt*, $a \wedge b$ das sog. *Äußere Produkt* dar. William Kingdom Clifford hat dieses geometrische Produkt im 19. Jhd., aufbauend auf Vorarbeiten von Hermann Günther Grassmann und William Rowan Hamilton, erfunden. Es geriet anschließend wieder in Vergessenheit. Der amerikanische Physiker David Hestenes hat es Mitte des letzten Jahrhunderts erneut aufgegriffen und seit 1960 quasi im Alleingang daraus die geometrische Algebra entwickelt. Mittlerweile wird sie in Physik und Informatik punktuell angewendet - siehe hierzu den Menüpunkt Quantentheorie.

Als ich mit dieser geometrischen Algebra Bekanntschaft machte, bin ich zunächst davon ausgegangen, das geometrische Produkt als eine philosophische Ausdrucksform der Kontrarität der Relation aRb in folgender Weise aufzufassen:

$$aRb: \text{Innen} \times \text{Außen} \rightarrow \mathbf{ab} = a \cdot b + a \wedge b$$

Das ist jedoch relationslogisch und philosophisch gesehen inadäquat. Die mathematisch als inneres Produkt $a \cdot b$ bezeichnete Größe misst nämlich genau genommen nur das Außenverhältnis zweier Entitäten/Relata a und b - hier als Vektoren verstanden - welches sich etwa im Kosinus von deren Winkel, oder was das gleiche ist, als Korrelationsverhältnis artikuliert. Ko-Relation der Relata/Vektoren a und b nennt man das! Umgekehrt hierzu wird mit dem äußeren Produkt $a \wedge b$ der Flächeninhalt erfasst, der von den beiden Relata/Vektoren a und b aufgespannt wird. Hierin verschwinden die beiden Vektoren/Relata a und b , d.h. sie gehen im Innenverhältnis dieser Fläche auf! Leider hat sich die mathematische Terminologie entwickelt, wie sie sich eben historisch entwickelt hat; auch das war wohl einmal gut begründet. Philosophisch im Sinne der Logik des Relationskonzepts aRb sollte man die Terminologie jedoch gerade umgekehrt verstehen lernen. Die mathematische Schreibweise ist allerdings nicht völlig inadäquat, da in der vom geometrischen Produkt induzierten Dimensionsordnung ein Dualitätsprinzip waltet, welches ich schon angesprochen habe. Hierbei werden auch die Inhalte von Innen und Außen vertauscht. Wenn man das weiß und mitdenkt, kann man philosophisch auch mit der mathematischen Ausdrucksweise leben.

Damit ist schon die Grundphilosophie und Grundlogik einer mathesis universalis definiert. Es ist jedoch nicht üblich, das geometrische Produkt **ab** als Repräsentant der konträren Logik der Standardrelation aRb zu verstehen. Doch das soll uns nicht hindern, es philosophisch genau so zu verstehen. Bevor ich jedoch im Folgenden noch ausführlicher auf die Logik des geometrischen Produkts eingehe, zum besseren Verständnis noch einige historische Hintergründe zum Relationskonzept, welche zum geometrischen Produkt geführt haben.

Zur Philosophiegeschichte oder einer Logik-/Mathematikgeschichte des Relationskonzepts wird man kaum fündig werden. Die Publikationen zum Thema lassen sich an einer, maximal an zwei Händen abzählen - und das seit den Zeiten der antiken griechischen Philosophie, Logik und Mathematik! Trotzdem sie als universale Bedingung vorauszusetzen ist, scheint die Beziehung den Menschen kaum in den Kopf gehen zu wollen; sie bevorzugt stattdessen geistige und reale Klötzchen, d.h. Substanzen als Elemente und Mengen, die für sich möglichst eindeutig sind: *Tertium non datur*. Auf diesem Prinzip aufbauend kann man mit Elementen und Substanzen schöne Pyramiden erbauen, real und im Kopf.

In die Mitte des letzten Jahrhunderts präsentierte Dieter Leisegang gleichsam wie Phönix aus der Asche in seinem Werk: *Die drei Potenzen der Relation* (1968) die konträre Logik der Relation und machte daraus die Relationen erster Potenz als Außen-Beziehung, zweiter Potenz als Innen-Beziehung und dritter Potenzen als AußenInnen-Beziehung. Er wies nach, dass die Relation aRb , einseitig im Sinne der 1. Potenz oder der 2. Potenz gedeutet, jeweils zu Aporien führt. Im Sinne der Außen-Deutung führt sie zu der Aporie eines unendlichen Substanzenaggregat der Relata a, b, c, \dots ad infinitum, welches das Beziehungsvermögen R vernichtet, und im Sinne der Innen-Deutung zu der Aporie einer panrelationistischen leeren Allmenge R , die die Relata a, b, c, \dots ad infinitum vernichtet. Einmal also gigantische Substantialität, ein andermal eine gigantische Leere ohne jede Substantialität. Die Relation dritter Potenz erscheint als Antinomie oder Synopse von Innen und Außen mit ihren Aporien 1. und 2. Potenz. Dennoch, wie schon aus dem geometrischen Produkt **ab** herleitbar, entwickelte Leisegang aus dem Zusammenspiel von Relation 1. Potenz und Relation 2. Potenz in Orientierung auf die Relation 3. Potenz eine n-Dimensionsordnung, analog einer n-dimensionalen Geometrie.

Leisengangs Relationsphilosophie erscheint wie ein erratischer Geniestreich zum Ende des zweiten Jahrtausend, dennoch vollendete er eine Geschichte vom Wechsel der Substanzenontologie in die Beziehungsontologie der Neuzeit. Diese Geschichte des Relationskonzepts hat der Philosoph Heinrich Rombach in seinem zweibändigen Werk: *Substanz, System, Struktur. Die Ontologie des Funktionalismus und der philosophische Hintergrund der modernen Wissenschaft*. (1965/1966) ausführlich dargelegt. Sie begann mit Nikolaus von Kusa, der im ausgehenden Mittelalter im Anschluss an die Scholastik und ihrer hierarchischen Klötzchen-Ontologie - genannt: Substanzenontologie - die Moderne mit Hilfe einer Beziehungsontologie eingeläutet hatte. Um zu artikulieren, was damit anstand, sprach er gelegentlich in Rätseln, etwa derart: *Der Mond ist in der Sonne Sonne und die Sonne ist im Mond Mond*. Übersetzt: Alles ist Eines als Verbindungs-Eines, gerade wenn es getrennt ist, also K-eines ist. Der Mond ist getrennt nicht die Sonne, doch mit der Sonne verbunden in der

Sonne Sonne. Also ist der Mond Sonne gerade wenn er nicht Sonne ist; und vice versa. Trennung ist, wie wir gesehen haben, auch Verbindung! Hierbei erscheint eine Ontologie des Nichts, welches auch Alles sein kann. Diese konträre Gemengelage von Innen und Außen bezeichnete Nikolaus von Kusa mit *coincidentia oppositorum*. Nur als schmückende Beigabe: Der schon erwähnte amerikanische Philosoph Ralph Waldo Emerson sprach im 19. Jhd. im Sinne von Nikolaus von Kusa von einem *transparent eyeball...* "I become a transparent eyeball - I am nothing; I see all; the currents of the Universal Being..." Man macht sich oft darüber lustig, doch man sollte stattdessen weinen über die eigene substanzenontologische Einfalt. Denn was sagt Emerson anders als: Ich bin als vernunftbegabtes Wesen Universum wie dieses Universum in mir Nichts ist, weil ich zugleich Mensch bin: Verbinden + Trennen; Innen + Außen!

Der Philosoph und Mathematiker Rene Descartes übernahm die relationale Ontologie des Nikolaus von Kusa und sprach von einer *res intensa* und *res extensa*, also dem Innen und Außen. In seiner *Regulae* entwickelte er eine funktionale Dimensionsordnung basierend auf den drei Momenten: Extension, Extensivität und Dimension. Im Zusammenhang mit dem ebenfalls von ihm konzipierten kartesischen Koordinatensystem lässt sich daraus eine n-dimensionale Ordnung entwickeln, und zwar auf folgende iterative Art und Weise, die ich zuvor schon angedeutet habe:

- Das Außen zweier Punkte als 0-Dimensionalitäten ist die Linie als deren Innen oder 1-Dimension;
- Das Außen zweier Linien als 1-Dimensionalitäten ist die Fläche als deren Innen oder 2-Dimension;
- Das Außen zweier Flächen als 2-Dimensionalitäten ist der Raum als deren Innen oder 3-Dimension.
- Allgemein: Das Außen zweier n-Dimensionalitäten ist die n+1-Dimension als deren Innen.

Die Kontrarität erscheint erneut u.a. geometrisch in der Dualität: Punkte sind Linien - Linien sind Punkte, sowie in der Komplementarität der Unterräume der n-Dimensionsordnung. In der entsprechenden booleschen oder aristotelischen Logik, wobei Begriffe oder Aussagen Unterräumen entsprechen, erscheint dies als Negationsverhältnis von Komplementen. Also: Kontrarität führt zu Komplementarität und dies zu logischen Negationsverhältnissen. Dies wird weiter unten im Zusammenhang mit der Imaginarität wieder relevant.

Der von Heinrich Rombach analysierte relationale Funktionalismus, wobei ein Sein nicht länger in sich, sondern im Anderen, nämlich einem y der Relation ... $y = f(x)$ erscheint, artikulierte sich in der Neuzeit in den Superkategorien des **Systems** und der **Struktur**. Systemdenken und Systemtheorie ist immer noch en vogue, nur der Strukturalismus scheint etwas nachgelassen zu haben. Was hat es damit auf sich?

Systeme als Dimensionsgebilde beruhen auf Sollwerten oder einer Control als deren Identitätsvorgaben. Systeme können nur funktionieren, indem sie ihren Sollwert (Identität)

erhalten - auch in Schwankungsbereichen - ansonsten können sie nur kaputt gehen. D.h. Systeme sind nicht in der Lage, ihre Identitäten gegenüber Störungen auf Dauer auszutarieren. Das ist das Ende jedes Systems: Es geht **kaputt**. Das gilt auch für die jeweilige Systemphilosophie. Die bessere Philosophie ist eine jenseits dieser identitätsstiftenden Systemlogik, die von Rombach Strukturphilosophie genannt wird. Man kann darüber streiten, ob dies eine passende Bezeichnung ist, doch es muss etwas jenseits der Identitätslogik des Systems geben. Strukturphilosophie ist eine Philosophie der konträren Synopse der Identität und Nicht-Identität. Der Soziologe Niklas Luhmann hat diesen Strukturtyp als **autopoietisches System** bezeichnet. Es generiert seine Elemente und deren Beziehungen sowie seine Identität - seinen Sollwert - aus seinen Beziehungen und Elementen selbst. Strukturen sind deshalb hermetisch. Wer es nicht glaubt dass es derartiges gibt möge seinen eigenen Kopf als Beispiel nehmen. Die Wissenschaft der Neurologie lehrt uns, dass das Gehirn genau derart hermetisch operiert. Wir können niemandem von Außen in den Kopf schauen und der Kopf, d.h. die Kognition, schafft sich die Welt selbst, in der er/sie lebt, ohne Außenbezug. Das ist hermetisch. Wie formulierte es der Systemtheoretiker Heinz von Foerster? Die Natur schreibt sich durch die Kognition des Menschen ihre Gesetze der Physik und Biologie selbst! Hermetischer geht es nicht mehr!

Wie lassen sich nun aber System und Struktur in die Logik und Philosophie der geometrischen Algebra einbinden? Man kann, wie es vielleicht naheliegen würde, wegen der Systemidentität dem System nicht einfach den Aspekt des Innen und der Struktur darüber hinausgehend die Kontrarität des Innen und Außen zusprechen. Ich schlage an dieser Stelle etwas vor, was ich erst an anderer Stelle ausführlicher begründen kann. Die Identitätslogik des Systems beruht wie die klassische Physik auf einem *additiven Objekt-/Partikelraum*, die grundsätzlich *separiert* sind. Additive Separation ist die Grundontologie des Systemkonzepts, also das Außen dominiert. Dialektisch gesprochen: Ein Innen, d.h. eine Identität, wird ihnen von Außen vorgegeben. Sie können sich nicht selbst ihre Identität vorgeben. Systeme sind deshalb Feedback-Systeme analog einem Heizungssystem mit Regler und Sollwert. Das Modell der Uhr als Prototyp des Universums ist der Archetyp des Systems, mit dem Uhrmachermeister als dem Sollwertgeber. Struktur beruht demgegenüber auf einem *multiplikativen Ereignisraum*, wie er z.B. in der Quantenphysik vorliegt. Mathematisch erscheint dies explizit in den sog. Korrespondenzregeln für Ort und Impuls. Objekte/Partikel werden hierbei mit Hilfe der Operatoren in unendlich relationale Ereignisse transformiert.¹ Sie erscheinen deshalb als unendliche WellenPartikel oder PartikelWellen. Nicht die Separation, sondern die *Superposition* von allem und jedem ist ihre Grundontologie; man hat es also mit so etwas wie einem Panrelationismus zu tun. Beruht das System auf der Separation von Innen und Außen, beruht die Struktur auf der Superposition und damit der Kontrarität von Innen und Außen.² Das hat Auswirkungen auf die jeweilige Logik. Basiert die Systemlogik auf dem Prinzip des tertium non datur - ein Drittes gibt es nicht -, basiert die Strukturlogik - horribel dictu - zusätzlich auch auf einem Prinzip des tertium datur - es gibt ein Drittes!

¹ Diese Operatoren und die fundamentale Schrödinger Wellengleichung der Quantentheorie sind imaginär und enthalten den Faktor $i\hbar$, d.h. die imaginäre Einheit i und Planck's Konstante. Ich komme darauf weiter unten zurück.

² Ein schönes Beispiel hierfür ist Schrödingers Katze, die so tot wie lebendig ist.

Damit wieder zurück zum geometrischen Produkt und seine Philosophie und Logik. Das Problem ist das konträre Relationskonzept, die *coincidentia oppositorum*. Es erhebt sich die Frage, soll man sie als Voraussetzung oder als Folge des Innen/Außen-Verhältnisses verstehen? Ich plädiere für Voraussetzung. Die Welt ist antinomisch oder konträr konstituiert und wir - oder die Natur - schaffen darin Ordnungen, seien es diejenigen des Systems oder diejenigen der Struktur. Das grundlegende Voraussetzungssystem ist hierbei das konträre Relationskonzept aRb . Das sollte in das geometrische Produkt einfließen, etwa in folgender Art und Weise:

$$aRb \rightarrow coincidentia\ oppositorum = \text{Außen} + \text{Innen} \rightarrow \mathbf{ab}$$

Hierbei sollte man die weiter oben angesprochene philosophische Umkehrung der mathematischen Terminologie beachten! Der Physiker Martin Erik Horn hatte hierzu einen genialen Einfall. Er schrieb ein Märchenbuch zur geometrischen Algebra *Grass, Mann*³ für Kinder und Erwachsene und ordnete im geometrischen Produkt das innere Produkt einem Engelchen und das äußere Produkt einem Teufelchen zu, also derart:

$$aRb \rightarrow coincidentia\ oppositorum \rightarrow \mathbf{ab} = \text{Engelchen} + \text{Teufelchen}$$

Hierbei kommt der antinomische Zusammenfall der Gegensätze von Innen und Außen in den märchenhaften Personifikationen eines Engelchen und Teufelchen im geometrischen Produkt ab sehr schön zum Ausdruck. Man kann im Reich der lauterer Geister auch für etwas Aufregung sorgen, speziell durch die folgende Setzung. Das äußere Produkt ist im Unterschied zum inneren Produkt auch anti-symmetrisch. Also gilt:

$aRb \rightarrow conindicentia\ oppositorum \rightarrow \mathbf{ab} = \text{symmetrisch} + \text{antisymmetrisch}$
oder:

$$aRb \rightarrow conindicentia\ oppositorum \rightarrow \mathbf{ab} = \text{kommutativ} + \text{anti-kommutativ}$$

Hierbei ist die Logik nicht weit entfernt, weshalb auch gilt:

$$aRb \rightarrow conindicentia\ oppositorum \rightarrow \mathbf{ab} = \text{tertium non datur} + \text{tertium datur}$$

Das trifft die wohlgeordnete Welt der traditionellen oder booleschen Logik des ‚schwarz vs. Weiß‘ ins Mark, weshalb nun Holz gesammelt werden darf. Auch hierfür kann man wieder den amerikanischen Pragmatisten Emerson zitieren: „*A foolish consistency is the hobgoblin of little minds, adored by little statesmen and philosophers and divines...*“ Ja nun, ich rede von der geometrischen Algebra als Philosophie und Logik! Doch meine These: Die antinomische Kontrarität artikuliert sich im geometrischen Produkt \mathbf{ab} , ohne dass es überhaupt auffällt, d.h. kognitiv relevant wird. Trotzdem, wenn es derart relevant sein sollte wie ich behaupte, müsste es auch logisch oder mathematisch in Erscheinung treten. Das tut es auch, und nun begehe ich wohl eine Todsünde, denn ich hole hierfür die *Imaginarität* aus der Mottenkiste, in der sie laut einhelliger Meinung aller Logiker, Mathematiker und Physiker eigentlich

³ Siehe: http://www.physik-coaching.de/grassmann-algebra/grass0102_access=open.pdf

verschwinden sollte. Eines meiner Argumente: Das geometrische Produkt **ab** läßt sich als *komplexe Zahl* darstellen, die es ohne Imaginarität gar nicht gäbe:

$$\mathbf{ab} = a \cdot b + a^{\wedge}b = |a||b|\cos(x) + \mathbf{I}|a||b|\sin(x)$$

Man beachte hierbei das fette **I**. Im Kalkül der geometrischen Algebra wird es als *Pseudoskalar* bezeichnet. Sein Quadrat bildet aber, wie das gewöhnliche imaginäre *i* der komplexen Zahlen, ein -1 ; also ein MINUS - und kein Plus! D.h. es gibt etwas, was in $X \times X = \text{MINUS}$ - und NICHT PLUS resultiert. Dieses X ist die Leestelle, die es zu füllen gilt. Der Pseudoskalar und das imaginäre *i* sind nicht identisch, doch sie haben isomorphe Eigenschaften. Am schönsten artikuliert sich dies in der Eulerformel

$$ab = |a||b|e^{I\alpha}$$

mit

$$e^{I\alpha} = \cos \alpha + I \sin \alpha$$

Dies gilt für *i* wie für **I**. Diese Euler-Formel hat der Physiker und Nobelpreisträger Richard Feynman ein *Juwel der Physik* genannt.

Philosophisch gesehen ist es wohl nachvollziehbar, dass wenn die Relation *aRb* die Synopse von Innen und Außen beinhaltet, eine antinomische Kontrarität von Innen und Außen notwendigerweise vorliegen muss und deshalb zum Ausdruck gelangen sollte. Mathematisch erscheint es als Imaginarität - oder - ich erlaube mir diesen Neologismus - Pseudoskalarizität. Man könnte dies der formalen Relation *aRb* folgendermaßen hinzufügen:

$$i(aRb)$$

mit *i* als Symbol für Imaginarität.

Mathematisch versteht man darunter die *Wurzel aus Minus* $= \sqrt{-}$. Das ist wohl etwas, was das Vorstellungsvermögen der meisten Menschen übersteigt. Es gibt auch nur ganz wenige Physiker und Mathematiker, die diese Imaginarität *i* zu schätzen wissen. Eine herausragende Ausnahme ist der amerikanische Mathematiker Louis H. Kauffman⁴. Es erhebt sich natürlich die Frage, was man sich unter einer Wurzel aus Minus vorstellen soll? Es ist allerdings noch gar nicht so lange her, da wusste man logisch, mathematisch und philosophisch noch nicht einmal mit einem ‚Minus‘ etwas anzufangen. Man kann insofern nachvollziehen, dass das normale Vorstellungsvermögen angesichts einer ‚Wurzel aus Minus‘ vollends versagt. Um dieses ‚Teufelszeugs‘ - es passt so gut zu dem oben erwähnten ‚Teufelschen‘ - kurz zu erläutern:

Den arithmetischen Operator Minus kann man als das algebraische Pendant des logischen Operators Nicht verstehen. ‚Nicht‘ in der traditionellen Logik artikuliert die Komplementarität, die, wie ich weiter oben angedeutet habe, aufs innigste mit der Dualität der Dimensionsordnung zusammenhängt und dort als Komplementarität von Unterräumen

⁴ Siehe: <http://www.math.uic.edu/~kauffman/>

erscheint. In der Booleschen Algebra und Logik gibt es keine Multiplikation, die ein Minus ergibt. Minus x Minus ist immer ein Plus. Nein x Nein ist immer ein Ja. Das Minus lässt sich nun sowohl als Vorzeichen als auch als Operator verstehen. Als Operator führt es z.B. ein Plus in ein Minus und ein Minus in ein Plus über. Wenn nun solch eine Multiplikation in einem Vorzeichen-Minus resultiert, muss der Minusoperator eine Eigenschaft besitzen, die ihm dies ermöglicht. Bezeichnet man diese Eigenschaft mit i , resultiert aus der Multiplikation oder dem Quadrat von $i \times i = i^2 = MINUS$. Rein algebraisch kann diese Eigenschaft i des Minus-Operators nur in der Wurzel aus -1 oder $MINUS \sqrt{-} = \sqrt{MINUS}$ bestehen. Wer meint, der Geist des Autors habe nun Kapriolen geschlagen sollte sich belehren lassen, dass z.B. die Logik des Quantencomputers eine Wurzel aus Not = \sqrt{NOT} kennt.

Ein Wort zum Interpretationsfrieden: Es muss sich niemand über eine Wurzel aus Minus Gedanken machen, sowenig wie sich jemand über das Hilfsverb *sein* Gedanken machen muss. Doch wie aus letzterem die okzidentale Philosophie entstehen konnte, die die Natur bisher nur boolesch versteht, so könnte vielleicht aus einer Wurzel aus Minus oder Not ein besseres philosophisches Verständnis der Ordnung der Natur entstehen. Die Frage nach dem Sinn der Wurzel aus Minus als Unsinn abzutun ist billig. Dann dürfte man nur noch philosophisch hinterfragen, was irgendjemand erlaubt, ohne begründen zu müssen, weshalb dies und nicht das. Und sollte diese Frage niemanden interessieren, dann interessiert sie eben niemanden, was aber auch kein Kriterium für eine philosophische Ergründung dieser Fragestellungen ist.

Derart schließt sich nun der Kreis der Grundlagen einer mathesis universalis, die ich in ihrer Grundstruktur in der geometrischen Algebra verwirklicht sehe. Die Imaginarität gehört meines Erachtens fundamental dazu, auch wenn das gewöhnlich anders verstanden wird. Genau genommen ist sie nämlich schon in den Basiselementen des geometrischen Produkts vorhanden, weshalb ich dies umforme und auf folgende konträre Relation $i(aRb)$ zurückführe

$$i(aRb) = a + ib$$

$a+ib$ ist die Grundform einer komplexen Zahl, auch in der geometrischen Algebra. Erstaunlicherweise sind auch die Vertreter der geometrischen Algebra der Überzeugung, der Imaginarität i endgültig den Garaus gemacht zu haben. Was soll man dazu sagen? Gar nichts und einfach den imaginären Geist aus der Flasche lassen...er ist nämlich im elementarsten Kern der geometrischen Algebra vorhanden, den Basisvektoren, die als *Pauli-Matrizen* vorliegen, die eindeutig dem komplexen Zahlenkörper als 2-stellige Matrix und damit der Imaginarität zugehören! Es ist dazu noch mehr zu sagen. Das Produkt dieser drei Paulivektoren als Basisvektoren des 3-dimensionalen Raums unserer euklidischen Lebenswelt ist isomorph zur Imaginarität i , und dies wiederum isomorph zu den vier *Diracmatrizen* als Basisvektoren des 4-dimensionalen Einstein-Minkowskiraums der Speziellen Relativitätstheorie.

$$\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \equiv i \equiv \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$$

γ_0 ist die Zeitdimension der Einsteinschen 4-dim RaumZeit. Über das Relationskonzept in der Erscheinungsform der geometrischen Algebra lässt sich demnach der Raum der euklidischen

Lebenswelt mit der relativistischen RaumZeit in Beziehung bringen. Beides basiert auf quantischer Imaginarität. Doch darüber mehr in einem folgenden Beitrag.

Um zu einem Abschluss zu kommen. Mythologisch-philosophisch - was immer das sein mag - lassen sich die beiden Welten des Systems und der Struktur auch mit den Figuren des Apollo und des Hermes der griechischen Mythologie umschreiben. Apollo als die Lichtgestalt des Tages, der Ordnung des Geistes und des tertium non datur, aber auch der systemischen Herrschaft. Hermes dagegen als der Gott der Händler und Diebe, von TagNacht, der Schalk der Zwischenwelten des tertium datur, und Agens der Anti-Herrschaft. Heinrich Rombach hat ihm in seinem Buch *Welt und Gegenwelt*(1983) ein Denkmal gesetzt. In der Gestalt des Dionysos gefällt er mir am besten. Doch erst Apollo und Hermes zusammen bilden unsere Wirklichkeit, und das könnte als das mythologische Pendant zum geometrischen Produkt **ab** artikuliert werden:

$$\mathbf{ab} = \textit{Apollo} + \textit{Hermes}$$